

## СОРОК ПЯТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 15 октября 2023 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

---

баллы задачи

- 4 1. На асфальте нарисована полоса  $1 \times 10$  для игры в «классики». Из центра первого квадрата надо сделать 9 прыжков по центрам квадратов (иногда вперёд, иногда назад) так, чтобы побывать в каждом квадрате по одному разу и закончить маршрут в последнем квадрате. Аня и Варя обе прошли полосу, и каждый очередной прыжок Ани был на то же расстояние, что и очередной прыжок Вари. Обязательно ли они пропрыгали квадраты в одном и том же порядке?

*Алексей Толпыго*

- 4 2. Четырёхугольник  $ABCD$  выпуклый, его стороны  $AB$  и  $CD$  параллельны. Известно, что углы  $DAC$  и  $ABD$  равны, а также углы  $CAB$  и  $DBC$  равны. Обязательно ли  $ABCD$  — квадрат?

*Александр Тертерян*

- 5 3. У восьми фермеров есть клетчатое поле  $8 \times 8$ , огороженное по периметру забором и сплошь заросшее ягодами (в каждой точке поля, кроме точек забора, растёт ягода). Фермеры поделили поле между собой по линиям сетки на 8 участков равной площади (каждый участок — многоугольник), но границы отмечать не стали. Каждый фермер следит только за ягодами внутри (не на границе) своего участка, а пропажу замечает, только если у него пропали хотя бы две ягоды. Всё это известно вороне, но где проходят границы между участками, она не знает. Может ли ворона утащить с поля 9 ягод так, чтобы пропажу гарантированно ни один фермер не заметил?

*Татьяна Казичкина*

- 5 4. По кругу записано несколько положительных целых чисел (не менее двух). Среди любых двух соседних чисел какое-то одно больше другого в 2 раза или в 5 раз. Может ли сумма всех этих чисел равняться 2023?

*Сергей Дворянинов*

- 5 5. Петя и Вася нашли 100 кубиков одинакового размера, 50 из них были белого цвета и 50 — чёрного. Они придумали игру. Назовём башенкой один или несколько кубиков, стоящих друг на друге. В начале игры все кубики лежат по одному, то есть имеется 100 башенок. За один ход игрок должен одну из башенок поставить на другую (переворачивать башенки нельзя), при этом в новой башенке не должно быть подряд двух одинаковых по цвету кубиков. Ходят по очереди, начинает Петя. Кто не может сделать ход — проиграл. Кто может обеспечить себе победу, как бы ни играл его соперник?

*Николай Чернятёв*

## СОРОК ПЯТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 15 октября 2023 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

---

баллы задачи

- 3 1. Барону Мюнхгаузену сообщили о многочлене  $P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$  лишь то, что многочлен  $P(x) + P(-x)$  имеет ровно 45 различных действительных корней. Барон, не зная даже, чему равно  $n$ , утверждает, что может определить один из коэффициентов  $a_n, \dots, a_1, a_0$  (готов указать его номер и значение). Не ошибается ли барон?

*Борис Френкин*

- 4 2. На часах три стрелки, каждая вращается в ту же сторону, что и обычно, с постоянной ненулевой, но, возможно, неправильной скоростью. Утром длинная и короткая стрелки совпали. Ровно через 3 часа совпали длинная и средняя стрелки. Еще ровно через 4 часа совпали короткая и средняя стрелки. Обязательно ли когда-нибудь совпадут все три стрелки?

*Александр Юран*

- 4 3. Взяли все 100-значные натуральные числа, в десятичной записи которых каждая цифра — какая-то из цифр 2, 3, 4, 5, 6, 7. Сколько из этих чисел делятся на  $2^{100}$ ?

*Павел Кожневников*

- 5 4. Высоты остроугольного треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ . Пусть  $P$  — произвольная точка внутри (и не на сторонах) треугольника  $ABC$ , лежащая на описанной окружности треугольника  $ABH$ , и  $A', B', C'$  — проекции точки  $P$  на прямые  $BC, CA, AB$ . Докажите, что описанная окружность треугольника  $A'B'C'$  проходит через середину отрезка  $CP$ .

*Алексей Заславский*

- 6 5. У девяти фермеров есть клетчатое поле  $9 \times 9$ , огороженное по периметру забором и сплошь заросшее ягодами (в каждой точке поля, кроме точек забора, растёт ягода). Фермеры поделили поле между собой по линиям сетки на 9 участков равной площади (каждый участок — многоугольник), но границы отмечать не стали. Каждый фермер следит только за ягодами внутри (не на границе) своего участка, а пропажу замечает, только если у него пропали хотя бы две ягоды. Всё это известно вороне, но где проходят границы между участками, она не знает. Может ли ворона утащить с поля 8 ягод так, чтобы пропажу гарантированно ни один фермер не заметил?

*Татьяна Казичына*