СОРОК ТРЕТИЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 10 октября 2021 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы задачи

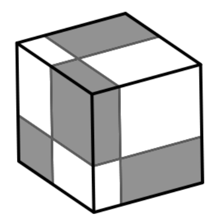
4

1. Турнир Городов проводится раз в год. Сейчас год проведения осеннего тура делится на номер турнира: $2021 : 43 = 47$. Сколько ещё раз человечество сможет наблюдать это удивительное явление?

Алексей Заславский

5

2. Дан куб. Три плоскости, параллельные граням, разделили его на 8 параллелепипедов. Их покрасили в шахматном порядке. Объемы чёрных параллелепипедов оказались равны 1, 6, 8, 12. Найдите объёмы белых параллелепипедов.



Олег Смирнов

5

3. У пирата есть пять мешочков с монетами, по 30 монет в каждом. Он знает, что в одном лежат золотые монеты, в другом — серебряные, в третьем — бронзовые, а в каждом из двух оставшихся поровну золотых, серебряных и бронзовых. Можно одновременно достать любое число монет из любых мешочков и посмотреть, что это за монеты (вынимаются монеты один раз). Какое наименьшее число монет нужно достать, чтобы наверняка узнать содержимое хотя бы одного мешочка?

Михаил Евдокимов

5

4. Выпуклый n-угольник ($n > 4$) обладает таким свойством: если диагональ отсекает от него треугольник, то этот треугольник равнобедренный. Докажите, что среди любых четырёх сторон этого n-угольника есть хотя бы две равных.

Максим Дидин

5

5. В турнире участвовали 20 шахматистов. Каждый играл с каждым один раз белыми и один раз чёрными. Обязательно ли найдутся такие два шахматиста, что один из них выиграл не меньше партий белыми и не меньше партий чёрными, чем другой?

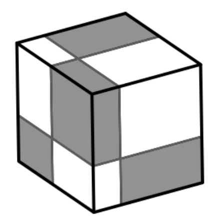
Борис Френкин

СОРОК ТРЕТИЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 10 октября 2021 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы	задачи
3	1. Натуральное число k назовем *интересным*, если произведение первых k простых чисел делится на k (например, произведение первых двух простых чисел — это $2 \cdot 3 = 6$, и 2 — число интересное). Какое наибольшее количество интересных чисел может идти подряд? *Борис Френкин*
4	2. Дан куб. Три плоскости, параллельные граням, разделили его на 8 параллелепипедов. Их покрасили в шахматном порядке. Объемы чёрных параллелепипедов оказались равны 1, 6, 8, 12. Найдите объёмы белых параллелепипедов.  *Олег Смирнов*
6	3. В белом клетчатом квадрате 2021×2021 требуется закрасить чёрным две клетки. После этого через каждую минуту одновременно закрашиваются чёрным все клетки, которые граничат по стороне хоть с одной из уже закрашенных. Ваня выбрал две начальные клетки так, чтобы весь квадрат закрасился как можно быстрее. Через сколько минут закрасился квадрат? *Иван Ященко*
6	4. Дан отрезок AB. Точки X, Y, Z в пространстве выбираются так, чтобы ABX был правильным треугольником, а $ABYZ$ — квадратом. Докажите, что ортоцентры всех получающихся таким образом треугольников XYZ попадают на некоторую фиксированную окружность. *Александр Матвеев*
6	5. Дан отрезок $[0;1]$. За ход разрешается разбить любой из имеющихся отрезков точкой на два новых отрезка и записать на доску произведение длин этих двух новых отрезков. Докажите, что ни в какой момент сумма чисел на доске не превысит $1/2$. *Михаил Лукин*