

СОРОК ВТОРОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 14 марта 2021 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы задачи

- 4 1. Может ли произведение каких-то 9 последовательных натуральных чисел равняться сумме (может быть, других) 9 последовательных натуральных чисел?

Борис Френкин

- 4 2. В треугольнике ABC провели высоты AH и BZ , а также биссектрисы AU и BT . Известно, что углы XAU и ZBT равны. Обязательно ли треугольник ABC равнобедренный?

Жюри

- 4 3. У Тани есть 4 одинаковые с виду гири, массы которых равны 1001, 1002, 1004 и 1005 г (неизвестно, где какая), и чашечные весы (показывающие, какая из двух чаш перевесила или что имеет место равенство). Может ли Таня за 4 взвешивания гарантированно определить, где какая гиря? (Следующее взвешивание выбирается по результатам прошедших.)

Жюри

- 3 4. а) Можно ли разрезать квадрат на 4 равнобедренных треугольника, среди которых нет равных?
3 б) А можно ли разрезать равносторонний треугольник на 4 равнобедренных треугольника, среди которых нет равных?

Владимир Расторгуев

- 2 5. На клетчатой доске лежат доминошки, не касаясь даже углами. Каждая доминошка занимает две соседние (по стороне) клетки доски. Нижняя левая и правая верхняя клетки доски свободны. Всегда ли можно пройти из левой нижней клетки в правую верхнюю, делая ходы только вверх и вправо на соседние по стороне клетки и не наступая на доминошки, если доска имеет размеры

- 2 а) 100×101 клеток;
4 б) 100×100 клеток?

Николай Чернятьев

СОРОК ВТОРОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 14 марта 2021 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы задачи

1.
а) Выпуклый пятиугольник разбили непересекающимися диагоналями на три треугольника. Могут ли точки пересечения медиан этих треугольников лежать на одной прямой?
2
б) Тот же вопрос для невыпуклого пятиугольника.
2

Александр Грибалко

2.
а) У Тани есть 4 одинаковые с виду гири, массы которых равны 1000, 1002, 1004 и 1005 г (неизвестно, где какая), и чашечные весы (показывающие, какая из двух чаш перевесила или что имеет место равенство). Может ли Таня за 4 взвешивания гарантированно определить, где какая гиря? (Следующее взвешивание выбирается по результатам прошедших.)
2
б) Тот же вопрос, если у весов левая чашка на 1 г легче правой, так что весы показывают равенство, если масса на левой чашке на 1 г больше, чем на правой.
2

Алексей Толмыго

3. При каких натуральных n найдутся n последовательных натуральных чисел, произведение которых равно сумме (может быть, других) n последовательных натуральных чисел?
5

Борис Френкин

4. Как известно, квадратное уравнение имеет не более двух корней. А может ли уравнение $[x^2] + px + q = 0$ при $p \neq 0$ иметь более 100 корней? ($[x^2]$ обозначает наибольшее целое число, не превосходящее x^2 .)
5

Алексей Толмыго

5. Пусть O — центр описанной окружности остроугольного треугольника ABC , точка M — середина стороны AC . Прямая BO пересекает высоты AA_1 и CC_1 в точках H_a и H_c соответственно. Описанные окружности треугольников BH_aA и BH_cC вторично пересекаются в точке K . Докажите, что K лежит на прямой BM .
6

Михаил Евдокимов