

## СОРОК ПЕРВЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 13 октября 2019 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

---

баллы задачи

- 4 1. Фокусник выкладывает в ряд колоду из 52 карт и объявляет, что 51 из них будут выкинуты со стола, а останется тройка трэф. Зритель на каждом шаге говорит, какую по счёту с края карту надо выкинуть, а фокусник выбирает, с левого или с правого края считать, и выкидывает соответствующую карту. При каких начальных положениях тройки трэф можно гарантировать успех фокуса?

*Алексей Воробаев*

- 4 2. Дана окружность  $\omega$  с центром  $O$  и две её различные точки  $A$  и  $C$ . Для любой другой точки  $P$  на  $\omega$  отметим середины  $X$  и  $Y$  отрезков  $AP$  и  $CP$  и построим точку  $H$  пересечения высот треугольника  $OXY$ . Докажите, что положение точки  $H$  не зависит от выбора точки  $P$ .

*Артемий Соколов*

- 4 3. В каждой клетке полоски длины 100 стоит по фишке. Можно за 1 рубль поменять местами любые 2 соседние фишки, а также можно бесплатно поменять местами любые 2 фишки, между которыми стоят ровно 3 фишки. За какое наименьшее количество рублей можно переставить фишки в обратном порядке?

*Егор Бакаев*

- 5 4. Даны целые числа  $a_1, \dots, a_{1000}$ . По кругу записаны их квадраты  $a_1^2, \dots, a_{1000}^2$ . Сумма любых 41 подряд идущих квадратов на круге делится на  $41^2$ . Верно ли, что каждое из чисел  $a_1, \dots, a_{1000}$  делится на 41?

*Борис Френкин*

- 5 5. У Васи есть неограниченный запас брусков  $1 \times 1 \times 3$  и уголков из трёх кубиков  $1 \times 1 \times 1$ . Вася целиком заполнил ими коробку  $m \times n \times k$ , где  $m$ ,  $n$  и  $k$  — целые числа, большие чем 1. Докажите, что можно было обойтись лишь уголками.

*Михаил Евдокимов*

## СОРОК ПЕРВЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 13 октября 2019 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

---

баллы задачи

- 3 1. Фокусник выкладывает в ряд колоду из 52 карт и объявляет, что 51 из них будут выкинуты со стола, а останется тройка треф. Зритель на каждом шаге говорит, какую по счёту с края карту надо выкинуть, а фокусник выбирает, с левого или с правого края считать, и выкидывает соответствующую карту. При каких начальных положениях тройки треф можно гарантировать успех фокуса?

*Алексей Воробаев*

- 4 2. Дан выпуклый пятиугольник  $ABCDE$  такой, что  $AE \parallel CD$  и  $AB = BC$ . Биссектрисы его углов  $A$  и  $C$  пересекаются в точке  $K$ . Докажите, что  $BK \parallel AE$ .

*Егор Бакаев*

- 4 3. Любое число  $x$ , написанное на доске, разрешается заменить либо на  $3x + 1$ , либо на  $\lceil \frac{x}{2} \rceil$  (наибольшее целое число, не превосходящее  $\frac{x}{2}$ ). Докажите, что если вначале написано 1, то такими операциями можно получить любое натуральное число.

*Владислав Новиков*

- 5 4. Дан многоугольник, у которого любые две соседние стороны перпендикулярны. Назовем две его вершины *не дружными*, если биссектрисы многоугольника, выходящие из этих вершин, перпендикулярны. Докажите, что для любой вершины количество не дружных с ней вершин чётно.

*Михаил Скопенков*

- 5 5. В каждой клетке полоски длины 100 стоит по фишке. Можно за 1 рубль поменять местами любые 2 соседние фишки, а также можно бесплатно поменять местами любые 2 фишки, между которыми стоят ровно 4 фишки. За какое наименьшее количество рублей можно переставить фишки в обратном порядке?

*Егор Бакаев*