

## ТРИДЦАТЬ ВТОРОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 27 февраля 2011 г.

(Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты, баллы за пункты одной задачи суммируются.)

---

баллы задачи

- 3 1. По кругу написаны все целые числа от 1 по 2010 в таком порядке, что при движении по часовой стрелке числа поочередно то возрастают, то убывают. Докажите, что разность каких-то двух чисел, стоящих рядом, четна.

*Б. Р. Френкин*

- 4 2. Прямоугольник разбили на 121 прямоугольную клетку десятью вертикальными и десятью горизонтальными прямыми. У 111 клеток периметры целые. Докажите, что и у остальных десяти клеток периметры целые.

*А. В. Шаповалов*

- 5 3. Длина взрослого червяка 1 метр. Если червяк взрослый, его можно разрезать на две части в любом отношении длин. При этом получаются два новых червяка, которые сразу начинают расти со скоростью 1 метр в час каждый. Когда длина червяка достигает метра, он становится взрослым и прекращает расти. Можно ли из одного взрослого червяка получить 10 взрослых червяков быстрее чем за час?

*М. А. Хачатурян*

- 5 4. Дан выпуклый четырехугольник. Если провести в нем любую диагональ, он разделится на два равнобедренных треугольника. А если провести в нем обе диагонали сразу, он разделится на четыре равнобедренных треугольника. Обязательно ли этот четырехугольник — квадрат?

*В. Шевяков*

- 2 5. Дракон заточил в темницу рыцаря и выдал ему 100 разных монет, половина из которых волшебные (какие именно — знает только дракон). Каждый день рыцарь раскладывает все монеты на две кучки (не обязательно равные). Если в кучках окажется поровну волшебных монет или поровну обычных, дракон отпустит рыцаря. Сможет ли рыцарь гарантированно освободиться не позже, чем

2 а) на 50-й день?

3 б) на 25-й день?

*жюри по мотивам задачи А. В. Шаповалова*

## ТРИДЦАТЬ ВТОРОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 27 февраля 2011 г.

(Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

---

баллы задачи

- 3 1. Грани выпуклого многогранника — подобные треугольники. Докажите, что многогранник имеет две пары равных граней (одну пару равных граней и еще одну пару равных граней).

*В. В. Произволов*

- 4 2. Длина взрослого червяка 1 метр. Если червяк взрослый, его можно разрезать на две части в любом отношении длин. При этом получаются два новых червяка, которые сразу начинают расти со скоростью 1 метр в час каждый. Когда длина червяка достигает метра, он становится взрослым и прекращает расти. Можно ли из одного взрослого червяка получить 10 взрослых червяков быстрее чем за час?

*М. А. Хачатурян*

- 4 3. По кругу лежат 100 белых камней. Дано целое число  $k$  в пределах от 1 до 50. За ход разрешается выбрать любые  $k$  подряд идущих камней, первый и последний из которых белые, и покрасить первый и последний камни в черный цвет. При каких  $k$  можно за несколько таких ходов покрасить все 100 камней в черный цвет?

*А. Бердников*

- 5 4. Четыре перпендикуляра, опущенные из вершин выпуклого пятиугольника на противоположные стороны, пересекаются в одной точке. Докажите, что пятый такой перпендикуляр тоже проходит через эту точку.

*фольклор, предложил А. А. Заславский*

- 5 5. В стране 100 городов и несколько дорог. Каждая дорога соединяет два каких-то города, дороги не пересекаются. Из каждого города можно добраться до любого другого, двигаясь по дорогам. Докажите, что можно объявить несколько дорог главными так, чтобы из каждого города выходило нечетное число главных дорог.

*А. Шень*