

ТРИДЦАТЬ ШЕСТОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

11 класс, устный тур, 22 марта 2015 г.

1. График квадратного трёхчлена с целыми коэффициентами пересекает ось абсцисс в точках X , Z , а ось ординат в точке Y (все три точки различны). Найдите наибольшее возможное значение угла XYZ .

Б. Френкин

2. Треугольники ABC и ADE таковы, что E лежит на луче AB , а D лежит на луче AC . Оказалось, что биссектрисы BX и DY этих треугольников перпендикулярны. Докажите, что XU параллельно EC .

В. Мокин

3. Изначально в бизнес-центре базировались 2^n фирм, каждая занимала некоторую площадь, все площади были различны. Каждый год фирмы объединялись в пары, и в каждой паре фирма с меньшей площадью присоединялась к фирме с большей. При этом ни в какой момент времени не было двух фирм с одинаковой площадью. Через n лет осталась одна фирма. Какое наименьшее место по площади (считая от меньшей к большей) эта фирма могла занимать вначале?

Б. Френкин

4. Дано натуральное число a . Докажите, что любое натуральное число n можно домножить на какое-то натуральное число, меньшее $10a$, так, чтобы десятичная запись произведения начиналась на a .

Е. Бакаев

5. В кубическую коробку поместили 3 одинаковых шара. Докажите, что в точно такую же пустую коробку можно поместить 4 таких же шара.

М. Евдокимов

6. Два дворца спорта набрали школьников в секции. В каждой секции первого дворца не меньше, чем по n детей, а в каждой секции второго — не меньше, чем по k детей. Оказалось, что каждый школьник посещает столько же секций в первом дворце, сколько и во втором. Кроме того, в любых двух секциях из разных дворцов есть не более одного общего школьника. Докажите, что в первый дворец попало не меньше nk детей.

Н. Верещагин, А. Ромащенко