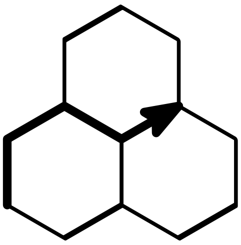

Замощения, раскраски и плиточные группы

♦ **F1.** Рассмотрим ориентированный граф, рёбра которого покрашены в два цвета, в каждую вершину входит красное и синее ребро, и выходят таких же цветов. Самосовмещением графа называется правило, которое сопоставляет каждой вершине графа какую-то другую вершину, при этом для любой вершины есть единственный прообраз. Пусть для любых двух вершин есть самосовмещение графа, сохраняющее ориентацию и цвета рёбер, переводящее первую вершину во вторую. Кроме того, если из вершины пройти три раза по синей стрелке, а потом — три раза по красной, то мы придём туда же, куда пришли бы, пройдя три раза по красной, а потом — три раза по синей. Докажите, что при замене числа «три» на «двадцать четыре» факт останется верным.

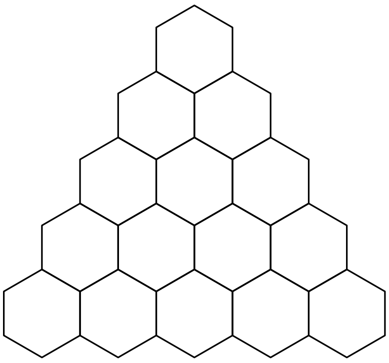

Рисунок 1. T_5

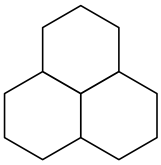

Рисунок 2. T_2

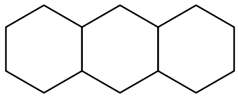

Рисунок 3. L_3

Определим область T_n как «треугольник» со стороной n, составленный из шестиугольников. Также определим L_n, как n шестиугольников, расположенных в ряд. (см. рис. 1–3)

♦ **F2.** Установите соответствие между фигурами на шестиугольной решетке и плитками на квадратной решетке. Расставьте стрелки двух цветов (a и b) на квадратной решетке так, чтобы слова, соответствующие плиткам L_n, давали замкнутые пути.

♦ **F3.** Придумайте раскраску (инвариант) новой квадратной решетки из F2, такую, что путям, соответствующим L_4, соответствуют нулевые значения, а фигурам T_n — нет.

♦ **F4.** Докажите, что T_n нельзя замостить фигурами L_3.

♦ **F5.** Найдите все значения n, при которых T_n можно замостить фигурами T_2.