ТРИДЦАТЬ СЕДЬМОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 28 февраля 2016 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы	задачи
3	1. По кругу стоят мальчики и девочки (есть и те, и другие), всего 20 детей. Известно, что у каждого мальчика сосед по часовой стрелке — ребёнок в синей футболке, а у каждой девочки сосед против часовой стрелки — ребёнок в красной футболке. Можно ли однозначно установить, сколько в круге мальчиков? *Егор Бакаев*
4	2. В остроугольном треугольнике ABC угол C равен 60°. Пусть H — точка пересечения высот этого треугольника. Окружность с центром H и радиусом HC второй раз пересекает прямые CA и CB в точках M и N соответственно. Докажите, что AN и BM параллельны (или совпадают). *Александр Зимин*
5	3. Существуют ли 2016 целых чисел, сумма и произведение которых равны 2016? *Фольклор, предложил Михаил Евдокимов*
5	4. В квадрате 10×10 все клетки левого верхнего квадрата 5×5 закрашены черным цветом, а остальные клетки — белым. На какое наибольшее количество многоугольников можно разрезать (по границам клеток) этот квадрат так, чтобы в каждом многоугольнике черных клеток было в три раза меньше, чем белых? (Многоугольники не обязаны быть равными или даже равновеликими.) *Егор Бакаев*
5	5. На листе бумаги синим карандашом нарисовали треугольник, а затем провели в нём красным карандашом медиану, биссектрису и высоту (возможно, не все из разных вершин), лежащие внутри треугольника. Получили разбиение треугольника на части. Мог ли среди этих частей оказаться равносторонний треугольник с красными сторонами? *Михаил Евдокимов*

ТРИДЦАТЬ СЕДЬМОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 28 февраля 2016 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы задачи

4 1. Точку внутри выпуклого четырехугольника соединили со всеми вершинами и с четырьмя точками на сторонах (по одной на стороне). Четырёхугольник оказался разделен на восемь треугольников с одинаковыми радиусами описанных окружностей. Докажите, что исходный четырёхугольник — вписанный.

Егор Бакаев

4 2. Существуют ли 2016 целых чисел, сумма и произведение которых равны 2016?

Фольклор, предложил Михаил Евдокимов

4 3. В квадрате 10×10 все клетки левого верхнего квадрата 5×5 закрашены черным цветом, а остальные клетки — белым. На какое наибольшее количество многоугольников можно разрезать (по границам клеток) этот квадрат так, чтобы в каждом многоугольнике черных клеток было в три раза меньше, чем белых? (Многоугольники не обязаны быть равными или даже равновеликими.)

Егор Бакаев

6 4. Фирма записала свои расходы в рублях по 100 статьям бюджета, получив список из 100 чисел (у каждого числа не более двух знаков после запятой). Каждый счетовод взял копию списка и находит приближённую сумму расходов, действуя следующим образом. Вначале он выбирает из списка любые два числа, складывает их, отбрасывает у суммы знаки после запятой (если они есть) и записывает результат вместо выбранных двух чисел. С полученным списком из 99 чисел он делает то же самое, и так далее, пока в списке не останется одно целое число. Оказалось, что в итоге все счетоводы получили разные результаты. Какое наибольшее число счетоводов могло работать в фирме?

Михаил Евдокимов

5. На каждом из 12 рёбер куба отметили его середину. Обязательно ли сфера проходит через все отмеченные точки, если известно, что она проходит

3 а) через какие-то 6 из отмеченных точек;

3 б) через какие-то 7 из отмеченных точек?

Михаил Евдокимов