ТРИДЦАТЬ ПЯТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 16 февраля 2014 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы	задачи
3	1. Даны 100 чисел. Когда каждое из них увеличили на 1, сумма их квадратов не изменилась. Каждое число ещё раз увеличили на 1. Изменится ли сумма квадратов на этот раз, и если да, то на сколько? *А. В. Шаповалов*
4	2. Мама испекла одинаковые с виду пирожки: 7 с капустой, 7 с мясом и один с вишней, и выложила их по кругу на круглое блюдо именно в таком порядке. Потом поставила блюдо в микроволновку подогреть. Оля знает, как лежали пирожки, но не знает, как повернулось блюдо. Она хочет съесть пирожок с вишней, а остальные считает невкусными. Как Оле наверняка добиться этого, надкусив не больше трех невкусных пирожков? *А. В. Хачатурян*
4	3. Клетки таблицы 7×5 заполнены числами так, что в каждом прямоугольнике 2×3 (вертикальном или горизонтальном) сумма чисел равна нулю. Заплатив 100 рублей, можно выбрать любую клетку и узнать, какое число в ней записано. Какого наименьшего числа рублей хватит, чтобы наверняка определить сумму всех чисел таблицы? *Е. В. Бакаев*
5	4. На стороне BC треугольника ABC выбрана точка L так, что AL в два раза больше медианы CM. Оказалось, что угол ALC равен $45°$. Докажите, что AL и CM перпендикулярны. *Р. Г. Женодаров*
6	5. На переправу через пролив Босфор выстроилась очередь: первый Али-Баба, за ним 40 разбойников. Лодка одна, в ней могут плыть двое или трое (в одиночку плыть нельзя). Среди плывущих в лодке не должно быть людей, которые не дружат между собой. Смогут ли все они переправиться, если каждые двое рядом стоящих в очереди — друзья, а Али-Баба ещё дружит с разбойником, стоящим через одного от него? *А. В. Шаповалов*

ТРИДЦАТЬ ПЯТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 16 февраля 2014 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы	задачи
4	1. У Чебурашки есть набор из 36 камней массами 1 г, 2 г, …, 36 г, а у Шапокляк есть суперклей, одной каплей которого можно склеить два камня в один (соответственно, можно склеить 3 камня двумя каплями и так далее). Шапокляк хочет склеить камни так, чтобы Чебурашка не смог из получившегося набора выбрать один или несколько камней общей массой 37 г. Какого наименьшего количества капель клея ей хватит, чтобы осуществить задуманное? *Е. В. Бакаев*
4	2. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ диагонали перпендикулярны. На сторонах AD и CD отмечены соответственно точки M и N так, что углы ABN и CBM прямые. Докажите, что прямые AC и MN параллельны. *А. А. Полянский*
5	3. На переправу через пролив Босфор выстроилась очередь: первый Али-Баба, за ним 40 разбойников. Лодка одна, в ней могут плыть двое или трое (в одиночку плыть нельзя). Среди плывущих в лодке не должно быть людей, которые не дружат между собой. Смогут ли все они переправиться, если каждые двое рядом стоящих в очереди — друзья, а Али-Баба ещё дружит с разбойником, стоящим через одного от него? *А. В. Шаповалов*
5	4. Натуральные числа a, b, c, d попарно взаимно просты и удовлетворяют равенству $$ab + cd = ac - 10bd.$$ Докажите, что среди них найдутся три числа, одно из которых равно сумме двух других. *Б. Р. Френкин*
5	5. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$. Пешеход Петя выходит из вершины A, идёт по стороне AB и далее по контуру четырёхугольника. Пешеход Вася выходит из вершины A одновременно с Петей, идёт по диагонали AC и одновременно с Петей приходит в C. Пешеход Толя выходит из вершины B в тот момент, когда её проходит Петя, идёт по диагонали BD и одновременно с Петей приходит в D. Скорости пешеходов постоянны. Могли ли Вася и Толя прийти в точку пересечения диагоналей O одновременно? *Б. Р. Френкин*