ТРИДЦАТЬ ПЯТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 13 октября 2013 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы	задачи
3	1. В турнире участвуют 100 борцов, все разной силы. Более сильный всегда побеждает более слабого. Борцы разбились на пары и провели поединки. Затем разбились на пары по-другому и снова провели поединки. Призы получили те, кто выиграл оба поединка. Каково наименьшее возможное количество призёров? *Б. Френкин*
4	2. Найдется ли десятизначное число, записанное десятью различными цифрами, такое, что после вычеркивания из него любых шести цифр получится составное четырехзначное число? *К. Кноп*
4	3. Наибольший общий делитель натуральных чисел a, b будем обозначать (a, b). Пусть натуральное число n таково, что $(n, n+1) < (n, n+2) < \cdots < (n, n+35)$. Докажите, что $(n, n+35) < (n, n+36)$. *Б. Френкин*
5	4. На боковых сторонах AB и AC равнобедренного треугольника ABC отметили соответственно точки K и L так, что $AK = CL$ и $\angle ALK + \angle LKB = 60^\circ$. Докажите, что $KL = BC$. *Е. Бакаев*
6	5. На шахматной доске стоят 8 не бьющих друг друга ладей. Докажите, что можно каждую из них передвинуть ходом коня так, что они по-прежнему не будут бить друг друга. (Все восемь ладей передвигаются «одновременно», то есть если, например, две ладьи бьют друг друга ходом коня, то их можно поменять местами.) *Е. Бакаев*

ТРИДЦАТЬ ПЯТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 13 октября 2013 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы	задачи
3	1. Найдется ли десятизначное число, записанное десятью различными цифрами, такое, что после вычеркивания из него любых шести цифр получится составное четырехзначное число? *К. Кноп*
4	2. На сторонах треугольника ABC построены три подобных треугольника: YBA и ZAC — во внешнюю сторону, а XBC — внутрь (соответственные вершины перечисляются в одинаковом порядке). Докажите, что $AYXZ$ — параллелограмм. *фольклор, предложил А. Бердников*
4	3. Наименьшее общее кратное натуральных чисел a, b будем обозначать $[a, b]$. Пусть натуральное число n таково, что $[n, n+1] > [n, n+2] > \cdots > [n, n+35]$. Докажите, что $[n, n+35] > [n, n+36]$. *Б. Френкин*
5	4. На шахматной доске стоят 8 не бьющих друг друга ладей. Докажите, что можно каждую из них передвинуть ходом коня так, что они по-прежнему не будут бить друг друга. (Все восемь ладей передвигаются «одновременно», то есть если, например, две ладьи бьют друг друга ходом коня, то их можно поменять местами.) *Е. Бакаев*
6	5. Космический аппарат сел на астероид, про который известно только, что он представляет собой шар или куб. Аппарат прополз по поверхности астероида в точку, симметричную начальной относительно центра астероида. Всё это время он непрерывно передавал свои пространственные координаты на космическую станцию, и там построили точную трехмерную модель траектории аппарата. Может ли этого оказаться недостаточно, чтобы отличить, по кубу или по шару ползал аппарат? *Е. Бакаев*